COMO TUDO COMEÇOU

Professores das disciplinas de Matemática, História e Filosofia discutem e apresentam uma proposta de atividade interdisciplinar sobre o documentário *Como Tudo Começou,* que revela a complexidade dos números primos e apresenta a visão de matemáticos que vêm tentando decifrar quais são esses números e como se organizam.

CONSULTORES

Professor Eduardo Garcia Carvalho do Amaral - Filosofia
Professor Leo Akio Yokoyama - Matemática
Professora Tânia Regina de Luca - História

TÍTULO DO PROJETO

A História e a Filosofia dos Números Primos:
Como tudo pode começar

❖ MATERIAL NECESSÁRIO PARA REALIZAÇÃO DA ATIVIDADE:

1.1. Aparelho de TV e de vídeo ou DVD
1.2. Cartolina, régua, caneta
1.3. Caixas de fósforos

❖ PRINCIPAIS CONCEITOS QUE SERÃO TRABALHADOS EM CADA DISCIPLINA

FILOSOFIA

- ✓ Mito e racionalidade (*mythos* e *lógos*);
  Os Pré-socráticos e as noções de *physis* e *arkhé*:
- ✓ Pitágoras de Samos;
- ✓ Demócrito de Abdera;

MATEMÁTICA

- ✓ Números Primos;
- ✓ Determinação de um número primo;
  Mínimo Múltiplo Comum (MMC);
  Máximo Divisor Comum (MDV).

HISTÓRIA

- ✓ Mito e racionalidade na Grécia Antiga;
  Pluralidade, alteridade, diversidade;
  Historicidade;
  Teoria da História.

❖ DESCRIÇÃO DA ATIVIDADE

Principais etapas e estratégias para trabalho interdisciplinar sugerido

Introdução: os tais números primos...

Aos professores: Quem não é da área de Matemática talvez pouco se recorde dos números primos. Foi uma lição aprendida nos primeiros anos de escola, correspondentes ao ensino fundamental de hoje.

Muito possivelmente, naquela ocasião, pouco se falou do assunto, para além da definição mais escolar: “são aqueles números divisíveis apenas por ele mesmo e por 1”. Como hoje: depois da

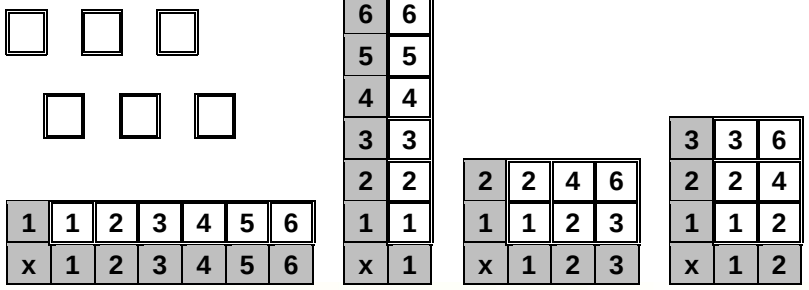
lição aprendida, os alunos também deixam o assunto de lado, sem nunca mais precisar voltar a ele ou, caso voltem, pouco avançarão para além desta definição.
De um modo geral, é nesta ignorância que nos encontramos todos, sem sequer atinar porque chamá-los de “números primos”. Ocorre, com efeito, que o ensino de matemática pouco explora o conceito por receio de que apareça demasiado abstrato para a compreensão dos alunos.
Mas o nosso estranhamento tem algo de positivo. Ao revisitar o assunto, professores de Filosofia ou de História, como é provável que tenham se afastado bastante da discussão, poderemos até nos surpreender com ela – e pensar possíveis conexões insuspeitadas com nossas disciplinas, visando uma abordagem multidisciplinar dos números primos, que tem início com a disciplina de Matemática.

A. Matemática: identificando os números primos.
Antes da exibição do filme, sugerimos que o professor de Matemática trabalhe com a definição de números primos, para que os alunos possam identificá-los. Como determinar se um número é primo?
Para os primeiros números primos, faça uma “tábua” conforme a figura abaixo.

10	**10**	**20**	**30**	**40**	**50**	**60**	**70**	**80**	**90**	**100**
9	**9**	**18**	**27**	**36**	**45**	**54**	**63**	**72**	**81**	**90**
8	**8**	**16**	**24**	**32**	**40**	**48**	**56**	**64**	**72**	**80**
7	**7**	**14**	**21**	**28**	**35**	**42**	**49**	**56**	**63**	**70**
6	**6**	**12**	**18**	**24**	**30**	**36**	**42**	**48**	**54**	**60**
5	**5**	**10**	**15**	**20**	**25**	**30**	**35**	**40**	**45**	**50**
4	**4**	**8**	**12**	**16**	**20**	**24**	**28**	**32**	**36**	**40**
3	**3**	**6**	**9**	**12**	**15**	**18**	**21**	**24**	**27**	**30**
2	**2**	**4**	**6**	**8**	**10**	**12**	**14**	**16**	**18**	**20**
1	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
X	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**

Nesta tábua encontramos a velha “tabuada”, de 1 a 10, e entre eles constam os primeiros números primos {2, 3, 5 e 7}. Na última linha horizontal estão os números de 1 a 10, bem como primeira coluna vertical. Os números em vermelho são os *quadrados perfeitos*. E os números em azul são os resultados da multiplicação do número da linha pelo número da coluna.
Peça para os alunos recortarem pedacinhos de papel ou pegarem tampinhas, ou seja, objetos que caibam em cada quadrado. O objetivo da atividade é formar retângulos com o preenchimento dos objetos nas “casas”. Tome três papéis e coloque-os no canto esquerdo em baixo. Estes preencherão três casas (1,2,3) formando uma linha ou uma coluna apenas. Portanto será um número primo, pois a única forma de escrever 3 é (1x3) ou (3x1), isto é, divisores são 1 e 3.

Por outro lado, tome seis pedacinhos de papel. Podemos preencher as casas para formar retângulos nas seguintes formas: (1x6), (6x1), (2x3) ou (3x2), assim:



1	1	2	3	4	5	6
x	1	2	3	4	5	6

6	6
5	5
4	4
3	3
2	2
1	1
x	1

2	2	4	6
1	1	2	3
x	1	2	3

3	3	6
2	2	4
1	1	2
x	1	2

Portanto 6 não é primo pois os divisores dele são, além de 1 e 6, 2 e 3.
Com cinco ou sete pedacinhos de papel também não podemos formar retângulos, a não ser a linha e a coluna com 5 e 7. Se tomarmos outro número primo, como 11, formaremos um retângulo com dez pedacinhos [(1x10), (10x1), (2x5), (5x2)] e em todos os casos, sempre sobrará um papel, a não ser a linha e a coluna 11. O mesmo ocorrerá com 13, 17 ou 19... pois são números primos.
Analogamente, poderíamos pensar numa seguinte situação problema: existem *x* caixas em um armazém, que precisam ser empilhadas, de modo a ocuparem menos espaço – e para ilustrar, poderíamos usar caixinhas de fósforos. A regra é que, ao empilhar as caixas, haja sempre o mesmo número de caixas em cada pilha. Em quantas filas poderíamos empilhar as caixas? Quando sobrar uma caixa que não encontra-se em nenhuma pilha, a quantidade de caixas corresponde a um número primo.
Após relembrar aos alunos a definição de número primo, eles poderiam dizer: “E daí? Entendemos o que é um número primo, mas o que é que tem isso demais?”. Eis a ocasião do professor de Matemática exibir o vídeo-documentário **“A História dos números primos: como tudo começou”**. O que é que tem demais? É o que veremos, na matemática e também nas disciplinas de História e Filosofia.

B. História: do mito à razão na Grécia Antiga.
No segundo momento do trabalho, é a disciplina de História que fornecerá novos subsídios para pensarmos na questão dos números primos, aproveitando-se da imagem no documentário quando se reporta à Grécia Antiga.
Foi na Grécia que, de modo mais preciso, se deu a transição de uma forma de pensamento mítico (mito, *mythos*) para o pensamento racional (razão, *lógos*). Quando os gregos se detêm sobre os números, eles inauguram *a disciplina Matemática* propriamente dita. Expliquemos melhor: é que o nome da disciplina é de origem grega: *máthéma*, que quer dizer ‘estudo, ciência, conhecimento’, derivado de *manthánó*, ‘aprender, estudar’, conforme nos ensina o dicionário Houaiss [v. matemat(i)-].
A discussão sobre os números se põe em novo lugar, que tem a ver com a “nova visão de mundo” da qual os gregos serão protagonistas e nós os seus herdeiros, reconhecendo ali os traços que ainda marcam nossa forma de pensar o mundo. Mais do que uma simples capacidade que os humanos temos de calcular (uma ‘técnica’), a Matemática estará à serviço da compreensão da natureza, como parte da natureza. Ela é ‘conhecimento’. Neste sentido, aprender matemática é mais do que ‘saber calcular’, ‘fazer conta’. São os gregos que elevam a Matemática ao estatuto de ciência. Matemática, enquanto estudo, é exercício da razão – e se a natureza é racional, como os gregos pela primeira vez postularam, é porque também pensamos na natureza racionalmente.

Contudo, é importante que o professor de História aproveite a oportunidade para discutir as relações entre ciência e mundo social, enfatizando que nem sempre as sociedades humanas encararam ou analisaram a natureza da mesma forma. Assim, as explicações sobre o mundo que nos cerca não seguiram um padrão único e tampouco se pode valorar as soluções encontradas. Noutros termos, se na aventura grega do mito à razão reside o antecedente da racionalidade ocidental, isso não deve implicar o demérito de outras formas de ler o mundo. Deve-se perguntar como e porque os gregos seguiram esse caminho e como e porque outros optaram por outros atalhos. O tema permite que se trabalhe os conceitos de **pluralidade**, **alteridade**, **diversidade** a partir de uma perspectiva normalmente pouco explorada nos materiais didáticos da disciplina, que reservam a algumas poucas páginas nos finais de capítulos para a cultura e a ciência, como se estas fossem meras derivações de outras esferas. E importante explorar esta perspectiva de forma densa antes de se realizar o trabalho mais especifico com os gregos, no que a Filosofia desempenha papel essencial.
Ao mesmo tempo, há aqui a chance de discutir uma visão corrente que toma o uso da razão como um processo sempre ascendente e sem volta. Ora o professor tem a excelente oportunidade de introduzir um dos conceitos mais caros à disciplina, o de **historicidade**, a partir da problematização da forma como a razão foi mobilizada ao longo do tempo, isso mesmo no Ocidente. Basta lembrar a importância do pensamento religioso na Idade Media e sua persistência mesmo na Idade Moderna. A crença em feiticeiras, demônios e sabás manteve acessa as fogueiras da Inquisição por séculos a fio. E para os que desafiavam a leitura de mundo dominante, a forma de escapar da condenação era negar suas idéias (como Galileu Galilei) ou enfrentar as conseqüências da condenação (o caso de Giordano Bruno).

C. Filosofia: a matemática como fundamento da natureza.
Nas aulas de Filosofia, aproximaremos os alunos de duas concepções de mundo formuladas na Grécia Antiga, a de Pitágoras e a de Demócrito. Ambas concepções lançam questões para pensar a Matemática e os números primos.
Como se sabe, os primeiros filósofos (chamados de pré-socráticos) se ocupavam em investigar a natureza (em grego, *physis*, de onde deriva a nossa Física!) e, diferentemente da tradição do mito, buscaram explicá-la de um modo bastante diverso. O primeiro passo será estabelecer com os alunos estas diferenças entre o pensamento mítico (*mythos*) e esta nova forma de explicação da natureza, que parte do *lógos*, palavra grega que a um só tempo quer dizer 'palavra, discurso e argumento' e, por extensão, 'consideração, avaliação, reflexão e juízo (discernimento)'; 'medida, cálculo, relação, ordem' e, por extensão, 'fundamento, *razão-de-ser* de algo'.
Um bom caminho será comparar a *cosmogonia* grega – o mito, narrativa, do nascimento da ordem do mundo – com a *cosmologia*, também grega, formulada pelos primeiros filósofos. Note-se ainda as palavras das quais lançamos mão: ambas são compostas do termo grego *kósmos*, 'ordem do universo ou, simplesmente, mundo, universo'. Cosmo-*gonia* é a narrativa (em grego, *mythos*) da origem da natureza, gênese concebida como fecundação, geração, cópula entre seres sobrenaturais que deram origem ao mundo. Cosmo-*logia* é palavra composta também por *lógos* [-logia]: é um 'discurso argumentado' sobre a ordem na natureza. De um modo mais geral, trata-se do já tradicional tratamento escolar deste tema em Filosofia, a contraposição entre mito e razão ou mito e ciência.
Antes de avançarmos, uma nota ainda sobre a transição do *mythos* ao *lógos*. Enquanto os mitos são explicações dispersas e incoerentes entre si sobre o nascimento do mundo, o *lógos* carrega uma exigência de coerência interna do discurso: "tudo é *um*". Com esta afirmação (atribuída a Tales de Mileto, o primeiro dos filósofos da *physis*) afirmamos que a natureza toda é regida por um e mesmo princípio – não mais uma diversidade de explicações, nem uma multiplicidade de

vontades divinas que operassem na natureza, como os mitos dão a imaginar. A este 'um e mesmo princípio', não apenas como um 'início, origem', mas também como "fundamento" das coisas serem o que elas são, o *princípio que rege e ordena* todas as coisas, é que os gregos chamaram de *arkhé*.

O caso Pitágoras: "Tudo é número"

Ao trabalhar com Pitágoras, vamos ao encontro da Matemática, tal como os gregos a pensaram, como um conhecimento da natureza. Os *números* pitagóricos não são quantificadores – ou não são apenas isso – mas são constituintes da própria natureza e da natureza das coisas. As coisas são o que são porque são... *números*! Os números são elementos da natureza, tal como a água, o fogo, a terra e o ar, mas para Pitágoras, o número é o *principal*, é o *princípio*, a *arkhé*.

A descoberta atribuída ao próprio Pitágoras da harmonia musical *enquanto um lógos (uma relação, razão, proporção)* que se expressa matematicamente foi o que levou a esta concepção de que a natureza é também harmonia – que se expressa matematicamente. [A este respeito, recomendamos vivamente o vídeo "Música nas Esferas", da série **Arte e Matemática**, produzida pela TV Escola e TV Cultura – Fundação Padre Anchieta, 2005. Disponível em 10/10/2008 em http://video.google.com/videoplay?docid=4240845702675535511]

Então, conhecer algo é determinar a relação entre as coisas e seus 'números'. Embora estejamos afastados mais de 25 séculos de Pitágoras, esta idéia nos soará bastante familiar: "Tudo é *número*" – pois entre as coisas há certas relações, razões, proporções que fundamentam *o que* elas são e *como* elas são. Este 'fazer ciência' lançando mão dos números e da Matemática é uma concepção fecunda para trabalharmos com os alunos. Mas, além disso, é também aos pitagóricos que se atribui a descoberta dos números primos.

Como? Lembrando-se que os números tal como hoje os representamos, os 'algarismos', é uma contribuição dos árabes, que chegou posteriormente ao ocidente ['algarismo', aprendemos no Houaiss, "derivado do árabe, *al-khuarizmi* 'natural de Kharizm', alcunha de Abu Jafar Moahmed Ibn Musa (séc. IX, matemático árabe.)"], os pitagóricos representavam os números em pontos em determinada configuração geométrica – os 'números figurados'.

Uma das formas de representar os números era distribuir pontos formando retângulos, por exemplo os números 6 e 8:



No entanto, há números que só podem ser representados em uma linha, como 5 e 7:

Estes eram os números chamados de "primários" – depois chamados de *primos*, em latim. É rigorosamente o mesmo que fizemos para identificar os números primos, na aula de matemática. Os demais números foram chamados de compostos – sempre uma composição de números primários, os números primos.

Há um bom resumo, tanto para o professor de Matemática quanto para o professor de Filosofia, das idéias mais gerais dos pitagóricos acerca da Matemática, e algumas curiosidades, no seguinte endereço na internet: http://www.ime.usp.br/~leo/imatica/historia/pitagoras.html. Vale a pena conferir.

Antes de prosseguirmos com a Filosofia, retornemos à Matemática, para fazer com que os alunos bem entendam como estes números primários compõem todos os outros números, os números compostos.

D. Desmistificando a Matemática: os números primos a partir da fatoração.

Quando **fatoramos** um número composto qualquer, descobrimos *nele* os números primos que o compõe, como se eles fossem os "átomos" do número. É disto o que se trata a fatoração.

Um ótimo exercício a se propor é supormos um “novo sistema de numeração”, em que só existam os números primos. A partir da multiplicação deles, poderemos representar qualquer grandeza que pretendamos. Por exemplo, o número 4 seria representado por “2.2”, e o 6, “2.3”, que são os números primos que os compõem. Estaríamos no ano de ... “2.2.2.251”!
A fatoração também nos serve para determinar o **Maior Divisor Comum** (MDC) e o **Menor Múltiplo Comum**, como se segue.

Cálculo do Maior Divisor Comum (MDC)

Escolha dois ou mais números e fatore-os. O MDC será o produto dos **números primos comuns** aos números escolhidos.

Exemplo 1: Sejam 12 e 18.

12=2.2.3
18=2.3.3
MDC (12, 18) = 2.3 = 6
Pois 2.3 divide tanto 12 como 18 e é o maior possível.

Exemplo 2: Sejam 900, 210, 150

900 = 2.2.3.3.5.5
210 = 2.3.5.7
150 = 2.3.5.5
Portanto MDC(900, 210, 150) = 2.3.5 = 30

Cálculo do Menor Múltiplo Comum (MMC)

Escolha dois ou mais números e fatore-os. A partir dos fatores do maior dentre esses números, tome os fatores que faltam para, dentro deste, obter os outros números em questão. O MMC será o **produto dos números primos do maior dos números com os primos acrescentados**.

Exemplo 1: Sejam 12 e 18

18 = 2.3.3 12=2.2.3
2.3.3 este número é múltiplo de 18, mas não é de 12, pois não tem dois “2”.
2.2.3.3 este número é múltiplo de 18 e de 12, pois contém os números primos que formam o 12 e o 18.
MMC (18,12) = 2.2.3.3 = 36

Exemplo 2: Sejam 18 e 6

18 = 2.3.3 6 = 2.3
2.3.3 este número é múltiplo de 18, mas também é de 6, pois ele contém os primos que compõem o 6.
MMC (18,6) = 2.3.3 = 18

Exemplo 3: Sejam 30, 21 e 14

30 = 2.3.5
14 = 2.7
21 = 3.7
2.3.5 este número é múltiplo de 30, mas não é de 14 nem de 21
2.3.5.7 é múltiplo de 30, de 14 e de 21
MMC (30,21,14) = 2.3.5.7 = 210

E. Filosofia: O caso Demócrito.

Esta concepção dos números primários, dos quais os outros números derivam, nos remete a idéia de "irredutibilidade". Os números primos são irredutíveis, elementares, indivisíveis – a não ser por eles mesmos e por 1, como sabemos. Mas, seja como for, são os elementos de todos os outros, os seus "átomos", por assim dizer. 'Átomo', do grego, 'o não-divisível'.

A idéia foi formulada entre os gregos, por Leucipo e Demócrito (séc. V aC). Os átomos eram, segundo esta idéia, elementos da natureza, materiais, indestrutíveis e minúsculos, invisíveis a olho nu. As coisas todas se compõem destes átomos – que se encontram em uma variedade de formas de sólidos geométricos, em número infinito. As coisas são o que elas são pelas relações e quantidades – não exatamente dos números, como queriam os pitagóricos, mas dos átomos que as compõem.

Esta idéia, ao menos na intuição que ela nos apresenta, é de certo modo semelhante à Ciência Moderna. Há, com efeito, diferenças entre o que a Química ou a Física de hoje pensa sobre a matéria e sobre o átomo (que é divisível, em prótons, nêutrons e etc) com a filosofia da *physis* antiga – mas o *princípio* (a *arkhé*, diriam os gregos) permanece fecunda para aprendermos o sentido das ciências da natureza.

Poderíamos afirmar que, para os chamados "atomistas", conhecer algo é saber quais são os átomos que o compõe, as partes elementares, os elementos "primários". Conhecer, pois, passa a analisar – decompor as coisas – em seus elementos irredutíveis.

F: Desmistificando a matemática: de volta ao elementar.

Uma situação. Dê uma simples equação de 1º grau aos alunos:

$$2x + 8 = 10$$

Eles resolvem, em quatro passos:

(I) $2x = 10 - 8$

(II) $2x = 2$

(III) $x = \frac{2}{2}$

(IV) $x = 1$

O exercício contenta as exigências escolares. Mas experimente perguntar-lhes o porquê. "Por que se subtrai 8 de 10, na primeira passagem? Por que 2 divide 2 na terceira?" Talvez – é provável – que eles se desconcertem ao tentar responder: "Porque é assim. Foi assim que aprendemos – e foi assim que nos ensinaram." Talvez não se recordem da explicação. Pouco importa aqui conjecturas acerca da causa deste desconcerto. Mas se de fato eles não souberem como responder ao porque, é uma ocasião para voltarmos aos fundamentos, aos princípios.

Reparemos mais um pouco nesta situação. É comum na escola que os professores narrem um algoritmo, e os alunos assimilem a lição:

> "Dois *x* mais oito é igual a dez. O oito *passa para o outro lado* subtraindo... Dois *x* é igual a dois. O dois *passa para lá* dividindo..."

"Passa para o outro lado? Por que?" — pergunta o professor. A considerar as avaliações de desempenho escolar em matemática, de onde poderemos supor uma grande quantidade de alunos com dificuldades desde os fundamentos da matemática, podemos levantar a hipótese de que os alunos aprenderam o algoritmo "mecanicamente", nem sempre assimilando os fundamentos, o que é elementar à matemática (e, por extensão, ao pensamento racional tal como se desenvolveu no ocidente). Ao aprenderem assim, aprenderam uma "técnica" para solucionar problemas escolares, desde que reconheçam a forma da equação de 1º grau.

Mas nesta "técnica", nesta "mecânica", para eles reside também um *mistério* – como se os números passassem a ter vida própria, seres que se movem de um lado para o outro, de cá para lá: "O oito que estava somando, vai pro outro lado subtraindo...", como um "passe de mágica". Ocorre assim uma *mistificação* da matemática como disciplina temível porque difícil, misteriosa. Em uma palavra: a despeito de reconhecermos na Matemática os princípios do pensamento racional, a matemática se reconverte no pensamento mítico. É preciso desmistificar a matemática, apresentar seus princípios.

$$[2x + 8] = [10]$$

Nesta igualdade, podemos *subtrair 8 dos dois lados* da equação.

(I) $$[2x + 8] \mathbf{- 8} = [10] \mathbf{- 8}$$

Por isto temos a impressão que o 8 "passou para o outro lado" e trocou de sinal. NÃO EXISTE PASSAR PARA O OUTRO LADO!!!

(II) $$[2x] = [2]$$

(III) $$\frac{[2x]}{2} = \frac{[2]}{2}$$

Nesta passagem podemos *dividir por 2* os dois lados da igualdade.

(IV) $$\frac{[2x]}{2} = \frac{[2]}{2}$$

Tem-se a impressão que o 2 "passou dividindo" e desta vez não trocou de sinal...

(V) $$x = 1$$

Voltar aos princípios, dizíamos: não poderemos reconhecer princípios racionais em qualquer algoritmo? A matemática é regida por princípios, que são constantes e os mesmos, para quaisquer casos, quaisquer algoritmos que adotemos. Trata-se portanto de fazer uma **análise** do algoritmo, decompô-lo em suas partes elementares, para que se nos esclareça passo a passo a sua *lógica*, vale dizer, o seu princípio.

G: História: voltando aos "elementos primários".

Se atentarmos para o procedimento de análise que adotamos na Matemática, como princípio do pensamento racional – análise aqui tomada em sentido bastante estrito, de decompor algo em seus elementos constituintes – poderemos, de modo análogo, usar da análise para compreender a História e os princípios que a regem.

Então, o exercício que propomos é tentar estabelecer quais os princípios que regem a História. Afinal, a Historia tem suas regras e não é escrita ao sabor da vontade individual. Há tanto os rigores da investigação da veracidade das fontes – datação dos documentos e dos vestígios materiais – como a crítica do seu conteúdo.

Há alguns anos, surgiu a notícia do descobrimento de diário de Hitler, que foi comprado, por preços avultados, por uma revista alemã. Ora, a análise do material provou sua falsidade. Assim, vestígios do passado são submetidos a controles e os profissionais da área têm formas e métodos para determinar sua procedência e autenticidade.

Por outro lado, a exemplo do que ocorre em outras áreas, também o historiador realiza um trabalho de análise, que subdivide um acontecimento em seus múltiplos elementos constituintes. Tomemos, por exemplo, uma revolução, como a Francesa, um evento, como a Independência do Brasil, ou uma guerra, como a que ocorreu entre 1939 e 1945. Não existe uma única causa capaz de explicar esses eventos, que são plurais e multifacetados.

Assim, com o objetivo de entendê-los, o historiador questiona: Quais são seus elementos primários? Ou, noutros termos, quais os fatores econômicos, políticos, culturais, sociais que contribuíram para a sua ocorrência? Qual o peso de cada um deles? Quais os personagens que

participaram? Enfim, pode-se propor um conjunto de questões que permitem compreender e explicar as razões do seu acontecimento. Do ponto de vista lógico formal, o método também é o de chegar aos elementos que permitam entender o todo, ainda que o modo de operação tenha as especificidades que regem a construção do saber na disciplina.
Se tudo isto pode ser considerado como elementos que compõem a História, perceba-se que, a depender de qual consideremos entre eles o *principal*, muda a interpretação que podemos dar à História. É justamente aí que residem as diferentes interpretações da história, que se chama de **teoria da história**. Portanto, o discurso sobre o passado, longe de ser algo morto e acabado, está em constante ebulição e é sempre refeito a cada geração, a partir dos desafios que a contemporaneidade impõe e das próprias mudanças conceituais que ocorrem no interior da disciplina. Antes, no entanto, trata-se de aprender a reconhecer na *historiografia* (vale dizer, no discurso argumentado [*lógos*] sobre a História) quais os elementos que compõe a narrativa.

❖ ETAPA INTERDISCIPLINAR

Projeto – A história e a filosofia dos números primos: Como tudo pode começar

❖ RESUMO DA ATIVIDADE

Uma passadinha rápida em todo o processo

A. Matemática: identificando os números primos.
Discussão e revisão de números primos. Construção da tábua.
Assistir ao vídeo-documentário.
B. História: do mito à razão na Grécia Antiga.
Discussão sobre os fatores que levaram à transição
do pensamento mítico ao pensamento racional.
C. Filosofia: a matemática como fundamento da natureza.
Discussão dos conceitos de *physis* e *arkhé*, tomando como ponto de partida os filósofos pré-socráticos.
O caso Pitágoras: “Tudo é número”: enfoque aos pitagóricos.
D. Desmistificando a Matemática: os números primos a partir da fatoração.
Maior Divisor Comum e Menor Múltiplo Comum:
Rever os algoritmos tradicionais de MDC e MMC
Apresentar as formas alternativas do cálculo do MDC e MMC
Comparar os dois métodos.
E. Filosofia: O caso Demócrito.
Discussão dos conceito de átomo – e comparação com as ciências da natureza, em particular, a Química e a Física.
F: Desmistificando a matemática: de volta ao elementar.
Revisão dos algoritmos em matemática, procedendo a análise de cada passagem.
G: História: voltando aos “elementos primários”.
Discussão sobre a teoria da História, sobre os pressupostos metodológicos;
Análise dos fatores históricos e sua interpretação.

❖ COMO VOCÊS AVALIARIAM ESSE TRABALHO?

Hora de avaliar a atividade

O trabalho oferece várias oportunidades de avaliação: nas discussões iniciais, na pesquisa específica de cada disciplina, no trabalho realizado de forma conjunta. O professor tem diferentes momentos e possibilidades de perceber o envolvimento e o interesse do aluno. Além da expressão oral, há etapas que requerem leitura, interpretação e sistematização de dados.
Para o desenvolvimento das questões que são levantadas, sugerimos um bom planejamento passo a passo do trabalho, pensando ainda em novas conexões possíveis. As disciplinas de Filosofia e Matemática poderiam se encontrar para a proposição de um único trabalho sobre os pitagóricos, por exemplo; ou Filosofia e História, sobre a transição do pensamento mítico ao pensamento racional; ou Matemática e História, sobre as mudanças de concepções matemáticas.
Em Matemática, especificamente, propomos alguns exercícios, como os que seguem:

1) Com a ajuda da tábua, encontrar formas alternativas para o cálculo das tabuadas até 10.
Exemplo:
Para calcularmos 8x7 podemos proceder da seguinte forma:
Calcular 2x7=14
14+14 = 28 (4x7)
28+28 = 56 (2x(4x7))
2) Exercícios sobre números primos, múltiplos e divisores.
3) Fatorar números da forma não tradicional. Por exemplo:
Obtenha o número 36 como uma multiplicação de dois números
4x9 ou 6x6 ou 2x18 ou 3x12
Agora obtenha 36 como uma multiplicação de 3 números:
4x3x3 ou 2x3x6 ou 2x2x9 etc
Agora com 4 números:
2x2x3x3 SOMENTE! O número está fatorado!
4) Criação de exercícios sobre MMC, MDC e primos.
5) Justificar pelo menos um dos métodos para encontrar MDC e MMC.
6) Comparar os métodos para o cálculo do MDC e MMC.

❖ EM QUAL ANO OU ANOS DO ENSINO MÉDIO SERIA MELHOR APLICAR ESSE TRABALHO?

Hora de avaliar a aplicabilidade da atividade

O trabalho poderia ser desenvolvido já no primeiro ano do ensino médio, dada a retomada de noções matemáticas já desenvolvidas no ensino fundamental e o caráter introdutório das discussões sobre concepção de ciência e de história. No entanto, para não perder o foco, sugerimos um tempo não maior que de um mês de aulas, de caráter *propedêutico* (em que se apresentam pressupostos de trabalho com as disciplinas, sobretudo a idéia de "análise" que pretendemos aqui desenvolver).

SUGESTÕES DE LEITURAS

1.1. Livros e periódicos:

1.1.1. Matemática:

IFRAH, Georges. **Os Números: a História de uma grande invenção**. Editora Globo. Neste livro o professor encontra a história dos números primos.

1.1.2. Filosofia:

CHAUÍ, Marilena. **Introdução à História da Filosofia: dos pré-socráticos a Aristóteles.** São Paulo: Companhia das Letras, 2002. Recomendamos a leitura dos capítulos referentes aos pré-socráticos, em especial pp.45-9 ("O vocabulário da Filosofia nascente") e pp.64-79 ("A escola pitagórica ou itálica").

MACIEL JR., Auterives. **Pré-socráticos: a invenção da Razão.** São Paulo: Odysseus Editora, 2003 (da série "Imortais da Ciência", coordenada por Marcelo Gleiser). Uma ótima introdução geral à filosofia pré-socrática, em que também encontra-se um capítulo sobre os pitagóricos e outro sobre os atomistas (Leucipo e Demócrito).

1.1.3. História:

VERNANT, Jean-Pierre. **Mito e Pensamento Entre os Gregos: Estudos de Psicologia Histórica.** Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2002.

_____. **As Origens do Pensamento Grego.** São Paulo: Difel, 2002 (12ªed.).

Estas duas obras do helenista francês Jean-Pierre Vernant apresentam os movimentos principais da formação da racionalidade na Grécia Antiga.

ECO, Umberto. **Como se Faz uma Tese.** São Paulo: Perspectiva, 2008 (21ª ed.). Neste livro, Eco nos oferece de modo didático e geral os procedimentos metodológicos para a escrita acadêmica.

1.2. Páginas da Rede (internet) que podem ser consultadas pelos professores e estudantes para complementar esse trabalho.

"Imática: a Matemática Interativa na internet":
http://www.ime.usp.br/~leo/imatica/historia/pitagoras.html
"Projeto Zk: Informática educativa":
http://www.projetozk.ufjf.br/base_p/ensaios/ensaio3/ant_primos.htm
Em ambas páginas, encontramos muitas informações relevantes e algumas atividades interessantes envolvendo os números primos.

1.3. Quais as principais palavras-chave para busca de mais material na internet?
MATEMÁTICA: "números primos", "história dos números primos", pitagóricos
FILOSOFIA: "pré-socráticos", Pitágoras, pitagóricos, "physis", "arkhé", átomo, Leucipo Demócrito, cosmologia
HISTÓRIA: mito, racionalidade, historicidade, teória da historia

1.4. Outros documentários ou filmes sugeridos.
Arte e Matemática, 7º episódio: "Música nas esferas". TV Escola e TV Cultura, 2005. Dir. Prof. Luiz Barco.